고유변동성과 수익률 이분산성에 관한 논고

이 웅 기 (고려대학교 박사수료)*

< 요약 >

본 연구는 arbitrage pricing theory(APT)의 관점에서 고유변동성이 개별 주식 수익률에 미치는 영향을 재검토한다. 본 연구는 APT를 올바르게 실증분석에 적용하는 방법을 최초로 정형화하고, 표본 특성을 반영한 주식 수익률 시뮬레이션을 통해 개별 주식 수익률의 변동 대부분이 비체계적 위험 성분에 기인한다는 것을 발견한다. 이는 개별 주식의 총변동성과 고유변동성이 높은 상관관계를 가지며, 수익률에 강한 이분산성이 내재되어 있음을 암시한다. 본 연구는 수익률 이분산성이 수익률 스프레드 분석의 통계적 검정력을 왜곡한다는 것을 보이고, 이러한 검정력 편향을 측정하는 지표를 최초로 제안한다. 포트폴리오의 대표 수익률을 동일평균 방식으로 계산한 경우에 검정력 편향이 가장 크게 관찰되며, 이는 동일평균을 사용한 Fu(2009)의 고유변동성 분석 결과가 왜곡되었을 가능성을 시사한다. 본 연구는 횡단면 회귀분석에도 OLS 추정치와 WLS 추정치에 각각 이분산성과 비대칭성으로 인한 계량적 문제가 존재하고, 중위수 추정치가 이러한 계량적 문제에서 비교적 자유롭다는 것을 논한다. 본 연구에서 제안하는 두 가지 방법(검정력 편향의 조정과 중위수 추정치 사용)을 통해 고유변동성의 한계효과가 왜곡되는 것을 해결할 수 있다. 계량적 문제가 해소될 경우 고유변동성과 기대수익률의 관계는 그 크기와 통계적 유의성에서 기존 연구의 결과보다 뚜렷해진다.

핵심 단어 : 고유변동성, 이분산성, 비대칭성, 통계적 검정력 편향, 분위수 회귀분석

JEL 분류기호: C18, G12

* 연락담당 저자. 주소: 서울특별시 성북구 안암로 145, 고려대학교 경영학과, 02841;
E-mail: w_lee@korea.ac.kr.

투고일 2018-01-31; 수정일 2018-09-30; 게재확정일 2018-11-10

1. 서론

재무 분야의 초기 자산가격결정(asset pricing) 이론들—가령 Sharpe(1964)–Lintner(1965) capital asset pricing model(CAPM), Merton(1973) intertemporal capital asset pricing model(ICAPM), Breeden(1979) consumption capital asset pricing model(CCAPM), 그리고 Ross(1976) arbitrage pricing theory(APT) 등—은 시장에서 정보·거래 효율성(efficiency)이 만족되고 있는 간단한 상황을 가정한다. 이 바탕에서 초기 이론들은, 주식의 적정 기대수익률 수준을 통계적 의미의 체계적 위험(systematic risk)이나 경제학적 의미의 효용(utility)에 대한 위험 및 투자기회(investment opportunity) 동적 변화에 대한 위험의 크기로 설명하려 했다.

여기서 체계적 위험이란 개별 주식 수익률의 시장 공통적 움직임, 소위 수익률 요인구조(factor structure)의 가격결정 요인(pricing factor)과 그 통계적 계수인 베타(beta)를 의미하고, 효용에 대한 위험이란 주식 포트폴리오로부터의 한계효용(marginal utility)과 개별 주식 수익률의 상관관계를 의미한다. 따라서 체계적 위험과 효용에 대한 위험은 분명히 다르다. 그러나 Fama and French(1993) 이후 일련의 많은 실증 연구를 거치며, APT에서 제창된 체계적 위험이 CAPM·CCAPM에서의 효용에 대한 위험이나 ICAPM에서의 투자기회 동적 변화에 대한 위험을 모두 포함하는 개념인 것처럼 호도되어 왔기 때문에, 이를 구분 짓는 일은 충분히 강조되어야 한다.

본 연구에서는 APT의 관점에서 고유변동성(idiosyncratic volatility)이 개별 주식 수익률에 미치는 한계효과(marginal effect)를 재검토한다.¹⁾ 여기서 고유변동성, 소위 비체계적 위험(unsystematic risk)은 개별 주식 수익률에 대한 선형회귀(linear regression) 모형에서의 오차(error), 회귀분석에서의 잔차(residual), 또는 요인구조에서 가격결정 요인과 직교성(orthogonality)을 만족하는 비편향 평균(zero mean) 확률변수를 의미한다.

본 연구에서는 Ang et al.(2006)의 실증분석 접근법을 따라 간단한, 비모수적(nonparametric), 사후적(ex-post) 고유변동성 추정치를 사용하였는데, 이는 Fu(2009)의 접근법인 모수적(parametric), 사전적(ex-ante) 고유변동성 추정치와는 대조적이다. Fu(2009)의 접근법은 로그분산을 종속변수로 두는 exponential generalized autoregressive conditional heteroskedasticity(EGARCH) 모형을 사용한다. 그러나 이것은 모형의 설정오류(misspecification)에 분석 결과가 민감하며 표본 외 적합도 검정(out-of-sample test)에 취약하다는 계량적 문제를 갖고 있다. 뿐만 아니라 Fu(2009)는 무수히 많은 반복 실험의 Akaike information criterion(AIC)을 통해 매 시점 EGARCH의 파라미터를 바꿈으로써 사전관찰 편향(look-ahead bias) 문제를 키웠다.

1) 주식의 수익률에 영향을 주는 요인이 여러 가지 있고, 고유변동성은 그 요인 중 하나라는 점을 고려하여 고유변동성의 ‘한계효과’라는 용어를 사용하였다.

APT는 연구자가 원하는 임의의 가격결정 요인을, 그것의 경제학적 의미에 대한 특별한 규명 없이, 또는 한계효용인 pricing kernel의 경제학적 모형화(modeling) 없이 도입할 수 있도록 한다. 이것은 APT가 실증적 사용에 용이하고 고유변동성 연구와 같은 응용 분석에 대한 확장성도 갖고 있다는 장점으로 작용한다. 그러나 많은 실증 연구에서 이러한 APT의 장점이 지나치게 남용되었고, 그 결과 금융 업계뿐 아니라 학계에서도 APT에서의 체계적 위험과 CAPM·CCAPM·ICAPM에서의 경제학적 의미를 엄격히 구분하지 않게 되었다.

APT를 올바르게 사용하기 위해서는 먼저 개별 주식 수익률의 요인구조를 정확히 산정해야 한다. 다시 말해, 가격결정 요인이 분석 표본을 잘 설명하고 있음을 입증해야 한다. 본 저자가 알기로, 본 연구는 APT를 올바르게 사용하기 위한 그 과정을 최초로 정형화하였다. 기존의 실증 연구는 시계열(time-series) 회귀분석의 설명력인 R-squared를 높이는 가격결정 요인을 도입하여 수익률과의 선형구조를 강화하고, 요인구조의 절편, 소위 Jensen(1968, 1969) 알파(alpha)의 표준오차(standard error)를 낮추지만, 그 과정은 단지 통계적 허점을 유리하게 이용하는 것에 지나지 않는다. 그러나 본 연구에서는 APT의 분산효과에 주목하여, 실제 표본에서의 가격결정 요인에 의한 분산효과와 표본 특성을 반영한 가상 표본에서의 분산효과를 비교함으로써 가격결정 요인이 적당한 요인구조를 형성한다는 것을 보인다.

본 연구의 가상 표본 시뮬레이션 결과, 한국 주식시장 표본에서 Fama and French(1993) 3요인과 Fama and French(2015) 5요인 모두 개별 수익률에 대한 적절한 가격결정 요인인 것으로 관찰되었다. 그렇기 때문에 3요인 및 5요인으로 산출한 고유변동성이 적절하다고 판단하고, 이어지는 분석에 이 고유변동성을 사용하였다. 3요인 고유변동성과 5요인 고유변동성 사이의 선택은 모든 분석에서 결과상의 큰 차이를 보이지 않았다.

고유변동성의 한계효과에 대한 기존의 이론 연구는 다양하게 분류된다. 시장의 정보 효율성이 만족되지 않는 상황, 가령 투자자에게 불완전한 주식 정보가 주어진 상황에서 Merton(1987)은 고유변동성과 기대수익률의 양의 관계를 이론적으로 주장하였다. 반대로 Stambaugh et al. (2015)은 공매도 제약으로 인해 거래 효율성이 만족되지 않는 상황에서 고유변동성과 기대수익률이 음의 관계를 갖는다는 이론을 발표하였다. 본 연구에서는 Stambaugh et al.(2015)이 처음 제기한 고유변동성 한계효과와 비대칭성 개념, 즉, 고유변동성이 큰 주식에서만 한계효과가 관찰되고 고유변동성이 작은 주식에서는 한계효과가 사라진다는 이론과 실증의 결론을 차용한다. 그리고 본 연구의 실제 표본에도 이 비대칭성이 관찰된다는 것을, 가격결정 모형으로 예측한 초과수익률과 모형 없이 평균으로 예측한 초과수익률을 산점도에 그려 시각적으로 입증한다.

고유변동성의 한계효과에 관한 기존의 실증 연구도 역시 다양하게 분류된다.²⁾ 대표적으로 Ang et al.(2006, 2009)이 발표한 음의 한계효과는 많은 실증 연구들의 공통된 결론이지만, Bali et al.(2005), Bali and Cakici(2008)는 고유변동성과 기대수익률 사이에 통계적으로 유의한 상관관계가 관찰되지 않는다는 결과를 도출하였다. Fu(2009)는 심지어 고유변동성과

2) 국내에서는 김태혁, 변영태(2011), 엄철준 외 4인(2014), Kang et al.(2014) 등이 고유변동성의 음의 한계효과를 지지하는 결과를 발표하였다. 그 밖에 윤상용 외 2인(2011)은 무관계를, 이상빈, 서정훈(2007)은 고유변동성과 기대수익률의 양의 관계를 보고하였다.

기대수익률의 양의 관계를 보고하였는데, 여기에는 다음과 같은 논란의 여지가 있다. 첫째, Fu(2009)의 고유변동성은 지나치게 보수적이라서 분석 결과가 연구자의 재량적 선택에 민감하다. 본 저자의 사전 실험에서 EGARCH(1, 1)로 고유변동성을 추정한 결과, Fu(2009)의 결론과 반대로 음의 한계효과를 얻을 수 있었다. 둘째, Fu(2009)는 고유변동성으로 정렬한 포트폴리오의 기대수익률을 비교하는 실험에서 동일평균 방식의 대표 수익률을 사용하였다. 이는 가중평균 방식의 대표 수익률을 사용한 다른 대부분의 연구들과 큰 차이를 보인다.

이처럼 대표 수익률을 계산하는 방식이 고유변동성의 한계효과에 대한 분석 결과를 뒤집기도 하므로 여기에 대한 추가적인 분석이 필요하다. 본 연구는 3단계 실증 절차를 거쳐 세 가지 포트폴리오 수익률 대푯값(동일평균, 가중평균, 중위수)에 대한 고유변동성 한계효과와의 변화를 비교 분석한다. 먼저 1단계에서는 개별 주식 수익률의 총변동성(total volatility) 중 고유변동성이 차지하는 비율이 매우 높다는 것을 확인한다. 이는 총변동성과 고유변동성이 높은 상관관계를 갖는다는 것과, 서로 다른 고유변동성을 갖는 수익률은 그 분산(총변동성)이 서로 다르다는 이분산성(heteroscedasticity)을 암시한다. 2단계에서는 모든 개별 주식을 고유변동성 크기로 정렬하여 5개 포트폴리오(quintile portfolio)의 대표 수익률을 산출하고 비교한다. 소위 수익률 스프레드 분석으로 불리는 이 방식은, 고유변동성이 가장 큰 주식 포트폴리오와 가장 작은 주식 포트폴리오의 수익률 차이(스프레드)의 통계적 유의성을 t -통계량(t -statistic), 즉, 통계적 검정력(statistical power)으로 측정한다.

마지막 3단계에서는 수익률의 이분산성이 야기할 수 있는 통계적 검정력의 편향을 측정한다. 수익률 이분산성과 통계적 검정력 편향의 문제는 Goyal and Santa-Clara(2003), Ang et al.(2006), Fu(2009), Stambaugh et al.(2015) 등의 고유변동성 연구에서 주목된 적이 없다. 본 연구에서는 통계적 검정력 편향을 측정하는 지표를 최초로 제시하며, 검정력 편향의 방향을 비교적 간단하게 판단할 수 있는 엄지 법칙(rule of thumb)도 함께 소개한다. 만약 3단계에서 검정력 편향 지표가 양수로 측정된다면, 계량적 문제를 조정한 실제 비편향 검정력은 2단계에서 표면적으로 관찰된 검정력보다 절대값 기준에서 작다고 추정할 수 있다. 반대로 검정력 편향 지표가 음수로 측정된다면, 실제 비편향 검정력은 표면적 검정력보다 절대값 기준에서 크다고 볼 수 있다. 실증 분석 결과, 포트폴리오 수익률의 동일평균 계산 방식이 다른 대표 수익률(가중평균 또는 중위수 방식)에 비해 검정력의 편향이 가장 큰 것으로 나타났다. 이는 Fu(2009)가 동일평균 수익률을 사용하여 관측한 결과가 수익률 이분산성에 의해 왜곡되었을 가능성을 강하게 뒷받침한다.

여러 연구에서 고유변동성의 한계효과는 Fama and MacBeth(1973) 횡단면(cross-sectional) 회귀분석을 통해서도 분석되었다. 기존 연구들은 Fama-MacBeth 회귀분석에서 ordinary least squares(OLS) 또는 weighted least squares(WLS) 추정치를 산출하였는데, 이는 각각 본 연구에서 제기한 수익률 이분산성과 Stambaugh et al.(2015)가 제기한 한계효과와의 비대칭성에 반하는 방식이다. 따라서 OLS 추정치와 WLS 추정치는 모두 높은 표준오차와 함께 비효율적으로 추정된다.

반면에 Fama-MacBeth 분위수 회귀분석(quantile regression)은 이분산성과 비대칭성이 야기하는 계량적 문제에서 비교적 자유롭다. 본 연구에서는 간단한 선형 회귀모형(linear regression)의 예를 통해 분위수 회귀분석의 중위수 추정치가 수익률 이분산성의 영향을 받지 않고 실제 평균 추정치로 산출되는 이유를 밝힌다. 실증 분석 결과, OLS·WLS의 비효율적 추정치는 상대적으로 효율적인 중위수 추정치의 절반 정도의 수준으로 관찰되었으며, 이는 중위수로 측정된 실제에 가까운 고유변동성의 한계효과가 OLS 또는 WLS로 측정된 기존 연구의 결과보다 그 크기에서도 뚜렷하다는 것을 의미한다.

본 연구의 고유변동성과 수익률 이분산성에 관한 논고는, 고유변동성의 비편향 한계효과가 기존 연구에서 보고된 수준보다 더욱 유의하다는 것으로 결론을 내린다. 이러한 결론을 수익률 시뮬레이션, 검정력 편향을 측정하는 3단계 실증 절차, 그리고 Fama-MacBeth 분위수 회귀분석의 중위수 추정치를 바탕으로 뒷받침된다.

본문의 내용은 다음의 순서로 구성되어 있다. 제 2장에서는 본 연구에서 사용한 표본과 변수의 특성을 살펴본다. 또한 체계적 위험이 충분히 제거된 고유변동성이 산출되었음을 보이고, 총변동성과 고유변동성이 높은 상관관계를 갖는 이유를 설명한다. 제 3장에서는 수익률 이분산성과 고유변동성 한계효과와 비대칭성에 의한 여러 계량적 문제를 이론적으로 논하고, 제 4장에서 실제 표본에서 모든 이론적 논의를 검증한다. 마지막으로, 제 5장에서는 실증 결과를 요약하며 결론을 맺는다.

2. 표본 선택과 변수의 특성

본 연구는 데이터가이드(DataGuide) 자료를 기반으로 1992년 4월부터 2017년 3월까지 국내 2,644개 기업의 보통주에 대한 분석 표본을 구성하였다.³⁾ 표본의 시작 시점인 1992년은 국내 주식시장이 외국인에게 개방되기 시작한 시기이다.⁴⁾ 전통적 방법을 따라, 실험 표본에서 금융분야(financial sector)의 주식, 주당 가격이 1,000원 미만인 주식, 월 누적 거래량이 1,000주 미만인 주식, 그리고 장부가치가 0 또는 음수인 주식을 제외하였다.⁵⁾ 시장 포트폴리오를 계산할 때는 모든 상장기업의 보통주를 사용하였다.⁶⁾

3) 2,644개 기업 중 973개는 유가증권시장(KOSPI)에, 1671개는 코스닥(KOSDAQ)에 상장되어 있다.

4) 주식시장이 개방된 1992년부터 본격적으로 외국인의 투자 전략이 시장에 반영되었을 것으로 추정한다. 사전 실험에서 본 저자는 Gibbons et al.(1989) *F*-검정 결과로부터 Fama and French(1993, 2015) 3요인과 5요인이 한국 주식시장의 1992년 이전 수익률을 잘 설명하지 못한다는 것을 확인하였다.

5) 거래량이 없는 시점 및 다음 시점의 수익률도 0으로 처리하였다. 이는 거래를 하지 않고 차익을 실현할 수는 없다는 물리적 사실에 근거한 것이다. 그리고 자산계정 또는 자본계정의 값이 0인 경우에도 해당 기업의 주식을 표본에서 제외하였다. 그 이유는 기업공시가 서면으로 진행된 2001년 이전에 장부의 값이 누락되거나 0으로 오기입된 경우가 많았기 때문이다.

6) 시장 포트폴리오는 Kenneth R. French 웹 사이트에서 정의한 방식을 따라 계산하였다.
http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/f-f_factors.html.

본 연구는 주요 변수로서 Ang et al.(2006)의 접근법을 따른 총변동성(*TVol*)과 고유변동성(*IVol*)을 사용하였다. 총변동성은 주식의 일간 초과수익률에 대한 1개월 표준편차로, 고유변동성은 가격결정 요인이 설명하지 않는 일간 잔차의 1개월 표준편차로 계산된다. 고유변동성 산출의 구체적인 방법은 다음과 같다.

$$r_{t,d}^e = \alpha + m \cdot (MKT)_{t,d} + s \cdot (SMB)_{t,d} + h \cdot (HML)_{t,d} + \varepsilon_{t,d} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{t,d} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{t,d}^2) \quad (2)$$

$$\sigma_t = \sigma_{t,1} = \sigma_{t,2} = \dots = \sigma_{t,D_t}, \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{D_t} \cdot \sum_{d=1}^{D_t} \hat{\varepsilon}_{t,d}^2 \quad (4)$$

$$(IVol3F)_t = \hat{\sigma}_t \quad (5)$$

여기서 t 와 d 는 각각 월과 일을 나타내는 첨자이고, D_t 는 t 월의 총 거래일을 의미한다. r^e 는 일간 초과수익률, ε 과 $\hat{\varepsilon}$ 은 각각 오차와 잔차, 그리고 *IVol 3F*는 Fama and French(1993) 3요인 고유변동성이다. Fama and French(2015) 5요인 고유변동성(*IVol 5F*)도 3요인 고유변동성과 비슷한 방법으로 산출하여 분석에 함께 사용하였다.⁷⁾

1992년 4월부터 2017년 3월까지 월별 총변동성, 고유변동성, 그리고 3요인 및 5요인에 대한 기초통계량이 <표 1>에 요약되어 있다. 가격결정 모형의 이론상, 가격결정 요인의 평균은 해당 가격결정 요인의 위험 프리미엄(risk premium)과 같다.⁸⁾ t -값에 기초한 본 가치요인, 수익요인, 투자요인의 평균은 통계적으로 유의하지만, 시장 포트폴리오의 초과수익률인 시장요인과 규모요인의 평균은 그렇지 않다. 이는 3요인의 가치요인과 5요인의 수익요인·투자요인이 그 자신의 위험-보상 관계(risk-reward relation)의 관점에서 우수한 경제학적 특징을 갖고 있다는 것을 의미한다. 따라서 개별 주식의 기대수익률(위험 프리미엄)에 대한 5요인의 경제학적 설명력은 3요인보다 나은 것으로 판단한다.

그러나 <표 1>에서 5요인 고유변동성의 평균(2.596)과 3요인 고유변동성의 평균(2.793)이 크게 다르지 않기 때문에 개별 주식 시계열 수익률에 대한 통계적 설명력은 3요인과 5요인이 서로 비슷하다. <표 1>을 바탕으로 평균적인 R-squared를 ‘1-고유변동성/총변동성’으로

7) 3요인은 시장요인(market factor; *MKT*), 규모요인(size factor; *SMB*) 및 가치요인(value factor; *HML*)이고, 5요인은 3요인에서 수익요인(profitability factor; *RMW*)과 투자요인(investment factor; *CM4*)을 더 포함한다.

8) 3요인 및 5요인과 같은 스프레드(zero-cost) 가격결정 요인도 그 자신의 평균이 그 자신의 위험 프리미엄과 같아야 한다. 다시 말해, 스프레드의 매입 포지션에서 관찰되는 체계적 위험과 매도 포지션에서 관찰되는 체계적 위험의 차이가 두 포지션의 기대수익률의 차이를 충분히 설명해야 한다.

계산하면, 3요인의 R-squared는 17%, 5요인의 R-squared는 23%로 큰 차이가 없다. 이는 3요인의 통계적 설명력만으로도 고유변동성을 잘 추출할 수 있다는 것을 시사한다.

〈표 1〉 변동성과 가격결정 요인의 기초통계량

이 표는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 월별 총변동성, 고유변동성, 그리고 Fama and French(2015) 5요인에 대한 기초통계량을 보여준다. 개별 주식의 총변동성과 고유변동성은 Ang et al.(2006)의 방식으로 계산하였고, 매월 개별 주식의 총변동성과 고유변동성을 각각 횡단면으로 평균하여 전체 주식을 대표하는 월별 총변동성과 고유변동성을 계산하였다. 시장 요인을 산출할 때는 상장된 모든 보통주의 초과수익률을 사용하였지만, 다른 요인들과 변동성들을 산출할 때는 본 연구에서 정의한 표본-KOSPI 또는 KOSDAQ에 상장된 적이 있는 기업 중 금융분야의 주식, 주당 가격이 1,000원 미만인 주식, 월 누적 거래량이 1,000주 미만인 주식, 그리고 장부가치가 0 또는 음수인 주식을 제외한 것-을 사용하였다. 가격결정 모형의 이론상, 가격결정 요인의 평균은 해당 요인의 위험 프리미엄과 같다.

변동성 및 가격결정 요인	평균	(t-값)	표준편차	왜도	첨도
총변동성(<i>TVol</i>), 평균	3.369		1.797	1.296	6.242
3요인 고유변동성(<i>IVol 3F</i>), 평균	2.793		1.546	1.381	6.636
5요인 고유변동성(<i>IVol 5F</i>), 평균	2.596		1.445	1.376	6.502
시장요인(<i>MKT</i>)	0.426	(0.90)	8.195	0.886	9.416
규모요인(<i>SMB</i>)	0.301	(0.75)	6.924	1.043	12.839
가치요인(<i>HML</i>)	0.931	(2.75)	5.871	-0.951	12.004
수익요인(<i>RMW</i>)	0.814	(2.89)	4.871	0.677	6.676
투자요인(<i>CMA</i>)	0.708	(3.76)	3.264	0.134	5.361

〈표 1〉을 기초로 계산한 총변동성/고유변동성 비율은 3요인에서 1.21이고, 5요인에서 1.30이다. 이 비율이 1에 가깝다는 것은 개별 주식 단위에서 총변동성과 고유변동성의 크기가 대체로 비슷하다는 것을 의미한다. 여기에는 다음 두 가지 가능성이 있다. 첫째, 실제로 비체계적 위험이 체계적 위험보다 월등히 클 가능성이다. 이 경우 개별 주식 수익률의 총변동성 대부분이 비체계적 위험으로 구성되고, 총변동성과 고유변동성의 크기가 비슷해진다. 둘째, 3요인과 5요인이 가격결정 요인으로 부적절하여 고유변동성이 잘못 산출되었을 가능성이다. 이 경우에는 다른 가격결정 요인을 도입하여 고유변동성에 포함된 불필요한 체계적 위험을 제거해야 한다. 다음 절에서는 APT의 관점을 따라 시뮬레이션으로 포트폴리오의 분산효과를 검증하고, 두 가능성 중 어떤 것이 타당한 설명인지 검토한다. 만약 시뮬레이션 결과 3요인과 5요인을 통한 분산 효과가 충분히 발생한다면, 이들의 요인구조가 적절하여 고유변동성 내 체계적 위험이 잘 제거된 것으로 받아들일 수 있다.

2.1 포트폴리오의 위험 분산효과

본 연구에서는 포트폴리오의 분산효과를 시뮬레이션으로 검증하기 위해, 분석 기간과 같은 길이(6,499일)로 10,000개의 일간 초과수익률 표본을 생성하였다.

$$r_{i,t}^e = \alpha_i + \beta_i \cdot (MKT)_t + \varepsilon_{i,t} \quad (6)$$

$$\alpha_i = 0 \quad (7)$$

$$\beta_i \sim \mathcal{N}(1, 1) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}\left(0, (IVol)_i^2\right) \quad (9)$$

$$(IVol)_i \sim \Gamma^{-1}(5.26, 11.91) \quad (10)$$

여기서 r^e 는 가상의 일간 초과수익률, MKT 은 실제 일간 시장요인, ε 은 독립적 오차, 그리고 $IVol$ 은 가상의 고유변동성이다. 주식마다 고유변동성이 다르다는 점을 반영하여 $IVol$ 이 사전적으로 역감마분포(inverse gamma distribution)를 따르도록 하였다. 변동성 파라미터에 대한 역감마 사전분포(prior distribution)는 베이지안(Bayesian) 시뮬레이션에서 흔히 가정되는 것이다.

모든 데이터 생성과정(data generating process)은 생성된 표본과 실제 표본의 주요 특성이 경제적·통계적 관점에서 비슷하도록 설계되었다. 첫째, 식 (10)으로 생성한 가상의 고유변동성의 평균과 표준편차는 실제 3요인 고유변동성의 평균(2.793)과 표준편차(1.546)과 같다. 둘째, 시뮬레이션에서는 스프레드 가격결정 요인인 실제 시장요인을 사용하기 때문에 식 (7)과 같이 요인구조의 절편, 소위 Jensen 알파가 0이어야 한다. 셋째, 시장요인은 모든 주식의 초과수익률을 평균한 것이므로, 식 (8)과 같이 요인구조의 기울기, 이른바 베타의 평균이 1이어야 한다. 넷째, 식 (8)과 같이 베타의 정규분포 분산이 1이면 가상 표본에서 25.8% 초과수익률이 음의 평균을 갖는다. 이는 실제 표본에서 25.6%(2,644개 중 676개)의 초과수익률이 음의 평균을 갖는 것과 유사하다.

가상 표본에서도 일간 초과수익률의 총변동성과 고유변동성을 산출할 수 있다. 이때 총변동성은 가상 표본에서 전체 6,499거래일에 대한 초과수익률의 표준편차로 계산하며, 고유변동성은 식 (10)에서 정의된 역감마분포를 따라 확률적으로 주어진다. 개별 주식 단위에서 가상의 총변동성/고유변동성 비율은 1.28로 나타났는데, 이는 실제 표본에서 3요인의 총변동성/고유변동성 비율 1.21과 5요인의 총변동성/고유변동성 비율 1.30과 비슷한 수준이다.

가상 표본은 실제 표본의 주요 특징을 대부분 반영하고 있고, 또한 시뮬레이션으로 생성한 고유변동성에 체계적 위험이 전혀 없기 때문에, 우리는 가상 표본과 실제 표본의 포트폴리오 위험 분산효과를 비교함으로써 3요인과 5요인이 적절한 가격결정 요인인지 따져볼 수 있다. <그림 1>의 상단 그림은 가상의 표본에서 포트폴리오에 할당된 주식수가 증가함에 따라 포트폴리오의 총변동성과 고유변동성이 변하는 모습을 보여주며, 하단 그림은 할당된 주식수가 증가함에 따라 총변동성/고유변동성 비율이 변하는 모습, 즉, 포트폴리오의 위험 분산효과를 시각적으로 보여준다. 총변동성/고유변동성 비율이 빠르게 상승할수록 위험 분산효과가 크다고 해석한다.

<그림 1>을 보면 개별 주식 단위에서 가상의 총변동성/고유변동성 비율은 1.28이지만, 30개 주식 포트폴리오의 비율은 2.95고, 55개 주식 포트폴리오의 비율은 3.87이며, 80개 주식 포트폴리오의 비율은 4.50으로 점차 상승한다. 시뮬레이션에서는 APT의 이론적 예측처럼 위험 분산효과가 뚜렷하게 발생한다.

〈그림 1〉 포트폴리오의 위험 분산효과

이 그림은 1992년 4월 1일부터 2017년 3월 31일까지 6,499거래일에 대응하는 가상의 10,000개 주식에 대한 포트폴리오 분산효과를 보여준다. 표본 기간의 실제 일간 시장요인(MKT)을 단일 가격 결정 요인으로 가정한 후, 가상 주식의 초과 수익률을 식 (6)~식 (10)과 같이 계산하였다. 가상 주식 수익률의 고유한 비체계적 성분은 독립적인 정규분포를 따르되, 그 고유한 비체계적 성분의 변동성 ($Ivol$)은 사전적으로 역감마분포를 따르도록 하였다. 가상 주식 수익률의 공통된 체계적 성분에서 베타(β)가 사전적으로 평균과 분산이 1인 정규분포를 따르도록 하였다. 가상의 표본은 실제 표본의 주요 특성을 대부분 반영하고 있기 때문에, 가상 표본과 실제 표본의 포트폴리오의 분산효과를 관찰함으로써 본 연구에서 사용한 3요인·5요인이 APT 관점에서 적절한 가격결정 요인인지 따져볼 수 있다. 상단의 그림은 가상의 표본에서 포트폴리오에 할당된 주식수가 증가함에 따라 포트폴리오의 총변동성과 고유변동성이 변하는 모습을 보여주고, 하단의 그림은 할당된 주식수가 증가함에 따라 총변동성/고유변동성 비율이 변하는 모습, 즉, 포트폴리오의 위험 분산효과를 보여준다. 총변동성/고유변동성 비율이 빠르게 상승할수록 포트폴리오의 위험 분산효과가 크다고 해석한다.

한편 실제 표본에서 25개 규모-가치 포트폴리오를 구성하면 포트폴리오 수익률의 평균 총변동성은 1.535로, 3요인 고유변동성은 0.626으로, 따라서 총변동성/고유변동성 비율은 2.45로 산출된다. 이때 규모-가치 포트폴리오는 기업규모($Size$) 크기와 장부시장가치비율(B/M) 크기로 각각 정렬된 주식들을 다수 포함하고 있다. 표본 기간의 시작인 1992년 4월에는 한 포트폴리오에 약 21개 주식이 할당되었고, 표본 기간의 끝인 2017년 3월에는 한 포트폴리오에 약 69개의 주식이 할당되었다.

실제 3요인 표본에서 할당 주식수가 1에서 21~69개로 증가할 때 총변동성/고유변동성 비율이 1.21에서 2.45로 상승하는 분산효과를 보여준다. 이는 분산효과가 가장 완벽한 가상 표본에서 할당 주식수가 1에서 30개로 증가할 때 총변동성/고유변동성 비율이 1.28에서 2.95로 상승하는 것에 견줄 수 있는 수준이다. 5요인 표본에서의 분산효과도 3요인 표본에서의 분산효과와 크게 다르지 않게 나타났다. 이러한 결과로부터 우리는 3요인과 5요인이 실제 표본에 대한 적절한 가격결정 요인이며, 고유변동성 추정치에는 체계적 위험이 대부분 제거된 것으로 판단할 수 있다.⁹⁾

2.2 총변동성과 고유변동성의 상관관계

실제 3요인 표본의 총변동성/고유변동성 비율이 1.21이라는 것은 개별 주식 단위에서 수익률 변동이 대부분 비체계적 위험이라는 것을 시사한다. 또한 이것은 총변동성과 고유

〈그림 2〉 총변동성과 고유변동성의 비교

이 그림은 1992년 4월부터 2017년 3월까지 월별 총변동성과 고유변동성을 시계열 패턴을 비교하여 보여준다. 개별 주식의 총변동성과 고유변동성은 Ang et al.(2006)의 방식으로 계산하였고, 매일 개별 주식의 총변동성과 고유변동성을 각각 횡단면으로 평균하여 전체 주식을 대표하는 월별 총변동성과 고유변동성을 계산하였다. 상단의 그림은 평균 총변동성과 평균 3요인 고유변동성의 시계열 패턴이고, 하단의 그림은 평균 총변동성과 평균 5요인 고유변동성의 시계열 패턴이다. 총변동성과 고유변동성의 상관관계가 높으면 수익률에 이분산성이 나타난다.

9) 다만, Lo and MacKinlay(1990), Ferson et al.(1999)이 주장하였듯이 스프레드 가격결정 요인에 내재된 통계적 취약함이 간혹 허구적 결론(spurious result)을 도출한다는 점에 주의할 필요가 있다.

변동성이 높은 상관관계를 갖는다는 것을 의미한다. <그림 2>는 전체 주식의 평균적 총변동성과 평균적 고유변동성의 시계열 패턴을 비교하여 보여준다. 실제로 <그림 2>에서 개별 주식의 평균적 총변동성이 증가(혹은 감소)함에 따라 평균적 고유변동성도 증가(혹은 감소)하는 것이 관찰된다.

총변동성과 고유변동성의 상관관계는 수치로도 확인된다. 3요인 표본에서 Pearson 상관계수는 94.7%로, 5요인 표본에서 94.2%로, 그리고 시뮬레이션으로 생성한 가상 표본에서는 85.8%로 나타났다. 이러한 높은 상관관계는 결국, 주식들의 고유변동성이 다르면 총변동성도 다르다는 수익률 이분산성으로 이어진다.

개별 주식 수익률의 총변동성과 어떤 기업특성(firm-characteristic) 사이의 상관관계는 실증적으로 뚜렷하지 않기 때문에 그 동안 연구 주제로서 크게 부각되지 못하였다.¹⁰⁾ 본 연구의 표본에서도 총변동성과 기업규모 사이의 상관관계수는 -13.1%에 불과하다.¹¹⁾ 반면 총변동성과 고유변동성의 상관관계는 매우 뚜렷하며, 이러한 표본 특성은 고유변동성 한계 효과에 관한 연구로서 자세히 다뤄져야 한다. 다음 장에서는 총변동성과 고유변동성의 높은 상관관계, 즉, 수익률 이분산성에 대한 자세한 논의를 이어간다.

3. 수익률 이분산성과 계량적 문제

3.1 통계적 검정력의 편향

실증 연구에서 많이 사용되는 수익률 횡단면 분석 방법론 중 하나는, 어떤 기업특성으로 주식을 정렬한 후 포트폴리오 기대수익률의 패턴을 관찰하는 이른바 수익률 스프레드 분석이다. 수익률 스프레드 분석은 기업특성의 크기상 양 끝에 있는 두 포트폴리오의 수익률을 비교하는 분석이며, 이를 통해 해당 기업특성과 기대수익률 사이의 상관관계를 시각적·통계적으로 드러내 보인다.

여러 고유변동성 연구에서도 수익률 스프레드 분석이 주요한 방법론으로 시행되었다. 그러나 이들 연구는 수익률 이분산성이 야기할 수 있는 계량적 문제에 크게 주목하지 않았다. 그러나 이 절에서 본 저자는 이분산성에 의해 수익률 스프레드의 통계적 검정력(t -값)이 왜곡되는 문제를 이론적으로 밝힌다.

먼저 가상의 두 수익률을 상정하여 총변동성이 큰 쪽을 '*Large(L)*', 총변동성이 작은 쪽을 '*Small(S)*', 그리고 이들의 수익률 스프레드를 '*Large-minus-Small(L-S)*'이라고 하자. 그러면 귀무가설을 기각할 확률인 통계적 검정력은, 유의수준(α)이 높을수록, 표본 크기(T)가 클수록, 모집단 간 평균의 차이($|\mu_{L-S}|$)가 클수록, 그리고 수익률 스프레드의 표준편차

10) 총변동성 관련 실증 연구는 많지 않지만, 그 중에 Longstaff(1989)는 기업규모와 기대수익률의 관계를 설명하는 과정에서 총변동성의 통제가 그 관계에 영향을 주지 못한다는 것을 보인 바 있다.

11) 참고로, 고유변동성과 기업규모의 상관관계수는 3요인 표본에서 -15.7%이고 5요인 표본에서 -16.6%이다.

(σ_{L-S})가 작을수록 커진다. 통계적으로 수익률 스프레드의 t -값은 $|t_{L-S}| \equiv \sqrt{T} \frac{|\mu_{L-S}|}{\sigma_{L-S}}$ 이고, 여기에 검정력을 결정하는 세 성분($T, |\mu_{L-S}|, \sigma_{L-S}$)이 포함되어 있다. 그리고 귀무가설을 기각하는 조건은 $|t_{L-S}| > t_{1-\alpha/2, \nu}$ 인데, 여기에는 검정력을 결정하는 나머지 성분(α)이 포함되어 있다. 이러한 통계적 사실에 기초하여, 본 연구에서는 수익률 스프레드 분석의 통계적 검정력을 $|t_{L-S}|$ 라고 정의한다.

이번에는 총변동성이 큰 쪽과 총변동성이 작은 쪽의 수익률 표준편차 비율($\kappa \equiv \sigma_L / \sigma_S$)을 수익률 이분산성으로 정의하자. 통계적 검정력을 이분산성의 함수 $|t_{L-S}(\kappa)|$ 로 표현하면, 이분산성이 없을 때($\kappa=1$)의 통계적 검정력은 $|t_{L-S}(1)|$ 이고, 이분산성으로 인한 검정력 편향은 $\Delta|t_{L-S}| \equiv |t_{L-S}(\kappa)| - |t_{L-S}(1)|$ 로 계산된다. 여기에 미분과 차분의 근사관계를 이용하면 이 검정력 편향을 $\Delta|t_{L-S}| \approx \frac{\partial |t_{L-S}|}{\partial \kappa} (\kappa-1)$ 로 근사할 수 있다.

<부록>에서는 총변동성이 작은 쪽의 평균(μ_S)과 표준편차(σ_S), 두 수익률의 t -값(t_S, t_L) 및 상관계수(ρ)를 주어진 것으로 가정한 후, 검정력 편향 지표를 도출하였다.¹²⁾ 그 결과는 다음과 같다.

$$\Delta|t_{L-S}| = \begin{cases} \delta \cdot (\theta \cdot t_L - t_{L-S}) & \text{if } \mu_L > \mu_S \\ \delta \cdot (t_{L-S} - \theta \cdot t_L) & \text{if } \mu_L < \mu_S \end{cases} \quad (11)$$

$$\theta \equiv \sqrt{\frac{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + \rho^2}} \geq 1 \quad (12)$$

$$0 \leq \delta \equiv \frac{(\kappa - \rho) \cdot (\kappa - 1)}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1} \leq 1 \quad (13)$$

만약 수익률 스프레드 분석에서 통계적 검정력 편향 지표가 양수로 측정된다면($\Delta|t_{L-S}| > 0$), 실제 비편향 검정력($|t_{L-S}(1)|$)은 이분산성에 의해 편향된 표면적 검정력($|t_{L-S}(\kappa)|$)보다 절대값 기준에서 작다고 추정한다. 반대로 만약 검정력 편향 지표가 음수라면($\Delta|t_{L-S}| < 0$), 실제 비편향 검정력은 표면적 검정력보다 절대값 기준에서 크다고 추정한다.¹³⁾

<그림 3>은 통계적 검정력의 편향을 결정하는 두 계수(θ, δ)와 이분산성(κ)의 관계를 보여준다. 이 그림에서는 총변동성이 작은 쪽의 수익률과 총변동성이 큰 쪽의 수익률의 상관계수(ρ)를 다섯 가지 경우 +0.9, +0.7, 0, -0.7, -0.9로 상정하였다. 계수 θ 는 1보다 큰 값을 가지며, 이분산성이 증가함에 따라 기하급수적으로 1로 수렴한다. 계수 δ 는 0과 1 사이의 값을 가지며, 이분산성이 증가함에 따라 단조적으로 증가한다.

12) 우리의 관심사는 이분산성이 수익률 스프레드의 t -값에 미치는 한계적 영향이므로, 이분산성과 수익률 스프레드의 t -값을 제외한 다른 조건은 고정한다.

13) 검정력을 조정할 것을 제안한 연구로, Merton(1987)이 t -값을 통상적으로 판단하면 안 된다고 지적한 것과, Harvey et al.(2016)이 t -값의 적절한 임계점을 ± 3 으로 제안한 것이 있다.

〈그림 3〉 통계적 검정력의 편향을 결정하는 계수 θ 와 계수 δ

이 그림은 통계적 검정력의 편향을 결정하는 두 계수(θ, δ)와 이분산성(κ)의 관계를 보여준다. 수익률 스프레드 분석에서 이분산성에 기인한 통계적 검정력의 편향은 식 (11)과 같고, 계수 θ 와 계수 δ 는 각각 식 (12)과 식 (13)로 정의된다. 여기서는 총변동성이 작은 쪽의 수익률과 총변동성이 큰 쪽의 수익률의 상관계수(ρ)를 다섯 가지 경우 +0.9, +0.7, 0, -0.7, -0.9로 상정하였다. 상단의 그림 계수 θ 는 1보다 큰 값을 가지며, 이분산성이 증가함에 따라 기하급수적으로 1로 수렴한다. 또한 계수 δ 는 0과 1 사이의 값을 가지며, 이분산성이 증가함에 따라 단조적으로 증가한다. 이분산성이 2보다 클 때 계수 θ 는 1에 가깝다. 그러므로 이분산성이 충분히 클 때 통계적 검정력의 편향은 식 (14)와 같이 근사할 수 있다.

〈그림 3〉에서 확인되듯이 이분산성이 2보다 클 때 계수 θ 는 1에 가깝다. 그러므로 이분산성이 충분히 클 때 통계적 검정력의 편향은 식 (14)와 같이 근사할 수 있다.

$$\Delta|t_{L-S}| \approx \begin{cases} \delta \cdot (t_L - t_{L-S}) & \text{if } \mu_L > \mu_S \\ \delta \cdot (t_{L-S} - t_L) & \text{if } \mu_L < \mu_S \end{cases} \quad (14)$$

여기서 계수 δ 는 항상 양수이다. 그러므로 엄지 법칙을 적용하면, 검정력 편향의 부호를 간단히 $(t_L - t_{L-S}) \cdot (\mu_L - \mu_S)$ 의 부호로 예측할 수 있다.

3.2 횡단면 회귀계수의 비효율적 추정

또 다른 수익률 횡단면 분석 방법론으로, Gibbons(1982), MacKinlay and Richardson(1991) 등의 1단계 횡단면 회귀분석과 Fama and MacBeth(1973), Shanken(1992), Brennan et al.(1998), Jagannathan and Wang(1998) 등의 2단계 횡단면 회귀분석이 있다. Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석은 매 시점 누적된(rolling) 데이터를 바탕으로 베타를 새로 추정한다. 본

연구에서는 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석을 통해 고유변동성 한계효과의 OLS·WLS 중위수 추정치를 산출한다.

Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석의 구체적인 방법은 다음과 같다.

$$1\text{단계: } r_{i,t}^e = \alpha_i + \beta_{i,1} \cdot f_{1,t} + \dots + \beta_{i,K} \cdot f_{K,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (15)$$

$$2\text{단계: } r_{i,t}^e = \lambda_{0,t} + \lambda_{1,t} \cdot \beta_{i,1} + \dots + \lambda_{K,t} \cdot \beta_{i,K} + \gamma_t \cdot IVol_{i,t} + \xi_{i,t} \quad (16)$$

$$\lambda_k = \frac{\sum_{t=1}^T \lambda_{k,t}}{T} \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t}{T} \quad (18)$$

여기서 r^e 는 개별 주식의 초과수익률, λ_k 는 k 번째 요인 체계적 위험(β_k)에 대한 가격, 그리고 γ 는 기대수익률에 대한 고유변동성의 한계효과이다.¹⁴⁾ APT의 관점에서 고유변동성을 제외한 가격결정 요인만으로 모든 개별 주식의 기대수익률을 설명할 수 있으므로 $\gamma=0$ 이어야 한다. 그러나 시장에 정보 효율성이 성립하지 않는 경우 Merton(1987)의 예측처럼 $\gamma>0$ 이 추정될 것이고, Stambaugh et al.(2015)의 이론처럼 거래 효율성이 만족되지 않는 경우라면 $\gamma<0$ 이 추정될 것이다.

통상적인 횡단면 회귀분석은 모형의 설정오류에 로버스트(robust)하다고 알려진, 수익률 등분산 가정의 OLS 추정치를 산출한다. 하지만 고유변동성이 포함된 식 (16)의 2단계 회귀모형에서는 이분산성으로 인해 OLS 추정치가 비효율적으로 산출된다. 다시 말해, 고유변동성이 큰 쪽의 관측치가 작은 쪽의 관측치보다 넓게 분포되어 있는 상황이라면 OLS 추정법은 양 쪽 관측치를 연결하는 기울기(γ_{OLS})를 정확하게 추정하지 못한다.

데이터에 이분산성이 의심될 때는 OLS 추정치 대신 이분산을 가정하는 WLS 추정치가 더 효율적이라고 알려져 있다. 그러나 식 (16)처럼 고유변동성 포함된 회귀모형에서는, Stambaugh et al.(2015)이 제기한 고유변동성 한계효과의 비대칭성을 추가로 고려해야 한다. 즉, 시장의 공매도 제약으로 인해 고유변동성이 큰 주식에서만 한계효과가 관찰되고 고유변동성이 작은 주식에서는 한계효과가 사라진다는 이론적·실증적 특성을 함께 고려해야 한다.

WLS 추정치는 분산이 큰 관측치에 상대적으로 낮은 가중치를 적용하는 방식이다. 따라서 WLS 추정치를 계산할 때 고유변동성이 큰 쪽(분산이 큰 쪽)의 관측치에는 상대적으로 낮은 가중치가 적용된다. 이를 고유변동성의 비대칭성과 연관시켜 보면, 고유변동성이 발생하는 쪽에 낮은 가중치가 적용되는 셈이다. 이러한 이유로 WLS 추정치(γ_{WLS})는 실제 고유변동성의 한계효과를 정확히 측정하지 못한다.

14) 2단계 회귀모형에서 절편(λ_0)은 잠재적인 모형 설정오류를 통제하기 위해 추가되었다.

이분산성과 비대칭성이 각각 OLS 추정치와 WLS 추정치의 비효율성을 초래하는 반면, 분위수 회귀분석의 중위수 추정치는 두 표본 특성이 야기하는 계량적 문제에서 비교적 자유롭다. 먼저 이분산성이 있는 다음의 선형 회귀모형을 통해, 중위수 추정치가 이분산성의 영향을 받지 않고 실제 평균 추정치로 산출되는 이유를 확인하자.

$$y_i = \gamma \cdot x_i + \xi_i \quad (19)$$

$$\xi_i \sim N(0, \sigma_i^2) \quad (20)$$

$$\sigma_i = \bar{\kappa} \cdot x_i \quad (21)$$

여기서 γ 는 개별 주식의 초과(기대)수익률, x 는 고유변동성을 포함한 개별 주식의 설명 변수, 그리고 $\bar{\kappa}$ 는 오차 ξ 에 존재하는 이분산성으로 생각할 수 있다.

이 선형 회귀모형에서 종속변수 y 에 대한 이론적인 평균 추정치와 τ -분위수 추정치는 각각 식 (22)와 식 (23)~식 (24)로 도출된다.

$$E[y_i|x_i] = \gamma \cdot x_i \quad (22)$$

$$Q_\tau[y_i|x_i] = \gamma_\tau \cdot x_i \quad (23)$$

$$\gamma_\tau = \gamma + \bar{\kappa} \cdot \Phi^{-1}[\tau] \quad (24)$$

여기서 γ 는 평균 회귀계수이자 동시에 모형의 실제 회귀계수이고, γ_τ 는 τ -분위수에 대한 회귀계수이다. 두 회귀계수의 관계는 식 (24)와 같이 이분산성 $\bar{\kappa}$ 와 표준정규분포의 역누적 분포함수(inverse cumulative distribution function) $\Phi^{-1}[\cdot]$ 의 곱에 의존한다.¹⁵⁾ 그리고 중위수 ($\tau=0.5$)에 대해서 $\Phi^{-1}[\tau]=0$ 이 성립하므로 중위수 추정치($\gamma_{0.5}$)는 모형의 실제 회귀계수 (γ)와 같은 값으로 수렴하게 된다.

결론적으로 횡단면 회귀분석에서 중위수 추정치는 OLS 추정치나 WLS 추정치와 달리 이분산성과 비대칭성에 모두 로버스트하다. 즉, 중위수 추정치는 OLS·WLS 추정치보다 빠른 속도로 실제 파라미터로 수렴하고 더 신뢰할 만하다. 본 연구에서는 식 (16)의 2단계 회귀모형에서 중위수 추정치를 사용하여 고유변동성의 한계효과를 판단할 것을 제안한다.

4. 실증 결과

이 장에서는 실제 표본에서 모든 이론적 논의를 검증한다. 앞선 실험에서 개별 주식 수익률의 총변동성 중 고유변동성이 차지하는 비율이 매우 높다는 표본 특성을 확인하였다. 이는

15) 분위수의 정의를 이용하면 간단히 이를 증명할 수 있다.

총변동성과 고유변동성의 높은 상관관계뿐 아니라, 서로 다른 고유변동성을 갖는 주식은 그 분산도 서로 다르다는 이분산성을 암시한다. 더 나아가 이러한 이분산성은 기존의 고유변동성 한계효과 분석 방식(수익률 스프레드 분석, 횡단면 회귀분석)에 적지 않은 계량적 문제를 야기한다. 실험에서 관찰되는 통계적 검정력의 편향은 매우 크다. 이 문제를 <표 2>에서 확인할 수 있다.

<표 2>는 고유변동성에 대한 수익률 스프레드 분석 결과를 보여준다. 매월 모든 개별 주식을 전월의 고유변동성 순위로 정렬하여 5개 포트폴리오를 구성한 후, 각 포트폴리오의 대표 수익률을 동일평균, 가중평균, 중위수로 계산하였다. 수익률 스프레드($L-S$)는 고유변동성이 가장 큰 포트폴리오(*Large*)와 고유변동성이 가장 작은 포트폴리오(*Small*)의 수익률 차이이다. 여기서 수익률 스프레드의 평균은 기대수익률에 대한 고유변동성의 한계효과라는 의미가 있다. 이에 대한 통계적 검정력은 $|t_{L-S}|$ 이고, 수익률 이분산성에 의한 검정력의 편향은 제 3.1절의 식 (11)과 같이 산출되었다. <표 2>의 패널 A는 3요인 고유변동성(*IVol 3F*)을 사용한 분석 결과이고, 패널 B는 5요인 고유변동성(*IVol 5F*)을 사용한 분석 결과이다.

고유변동성이 큰 주식은 대체로 기업규모가 작고 총변동성이 크기 때문에, 기업규모와 총변동성에 독립적인 고유변동성의 한계효과를 확인하기 위해 <표 3>에서 부분 표본을 사용한 수익률 스프레드 분석을 시행하였다. <표 3>의 패널 A는 기업규모 하위 20%를 제외한 부분 표본에 대한 분석 결과이고, 패널 B는 총변동성 상위 20%를 제외한 부분 표본에 대한 분석 결과이다. <표 3>의 분석 결과는, 고유변동성의 한계효과가 인색한(parsimonious) 표본 선택에도 로버스트하다는 것을 보여준다.

<표 2>의 패널 A를 보면 수익률 스프레드의 동일평균 대푯값은 월평균 -1.15%를, 가중평균 대푯값은 -1.85%를, 그리고 중위수 대푯값은 -3.20%를 기록하였다. 패널 B의 경우도 이와 비슷하게 동일평균 대푯값은 월평균 -1.16%를, 가중평균 대푯값은 -1.94%를, 그리고 중위수 대푯값은 -3.26%를 기록하였다. 3요인·5요인 고유변동성의 통계적 특성이 크게 다르지 않기 때문에 패널 A와 패널 B의 결과도 비슷하게 나타난 것이다. 이들 대푯값의 t -값은 모두 절대값 기준에서 2.40을 넘고, 따라서 고유변동성 한계효과는 모든 수익률 계산 방식에서 통계적으로 유의하다. 참고로, <표 1>에서 5요인의 월평균 가중평균 수익률이 1%를 넘지 않는다는 점을 고려하면 고유변동성의 한계효과는 경제적 관점에서도 매우 유의한 것이다.¹⁶⁾

한편 <표 2>의 패널 A에서 동일평균 대푯값에 대한 검정력의 편향($\Delta|t_{L-S}|$)은 -2.78로 산출되었다. 동일평균 대푯값의 표면적 검정력($|t_{L-S}|$)이 절대값 기준에서 2.41이기 때문에, 수익률 이분산성의 영향을 조정한 실제 비편향 검정력은 절대값 기준에서 약 5.19 (= 2.41+ 2.78)로 추정된다. 가중평균 대푯값에 대한 검정력 편향은 -0.60으로 산출되었고, 비편향 검정력은 절대값 기준에서 약 3.79(= 3.19+ 0.60)로 추정된다. 중위수 대푯값에 대한 검정력

16) 시장요인(*MKT*)의 월평균 수익률은 0.43%, 규모요인(*SMB*)의 수익률은 0.30%, 가치요인(*HML*)의 수익률은 0.93%, 수익요인(*RMW*)의 수익률은 0.81%, 그리고 투자요인(*CM4*)의 수익률은 0.71%로 나타난다.

〈표 2〉 수익률 스프레드 분석

이 표는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 고유변동성에 대한 수익률 스프레드 분석 결과를 보여준다. 매월 개별 주식을 전월 고유변동성으로 정렬하여 5개 포트폴리오를 구성한 후, 각 포트폴리오의 수익률을 개별 주식 수익률의 동일평균, 가중평균, 중위수로 계산하였다. 패널 A는 3요인 고유변동성($IVol\ 3F$)을 사용한 분석 결과이고, 패널 B는 5요인 고유변동성($IVol\ 5F$)을 사용한 분석 결과이다. 수익률 스프레드($L-S$)는 고유변동성이 가장 큰 포트폴리오($Large$)와 고유변동성이 가장 작은 포트폴리오($Small$)의 수익률 차이를 의미한다. ‘동일평균’, ‘가중평균’, ‘중위수’행에 기록된 값은 포트폴리오 대표 수익률의 시계열 평균이고, 이분산성에 의한 검정력의 편향은 식 (11)과 같이 산출되었다. 수익률 스프레드의 검정력($|t_{L-S}|$)이 크다는 것은 포트폴리오의 횡단면 수익률에 대한 고유변동성의 한계효과가 통계적으로 유의하다는 것을 의미한다. 그러나 이분산성으로 인한 검정력의 편향($\Delta|t_{L-S}|$)이 양수로 나타난다면 실제 비편향 검정력은 그보다 작을 것이고, 검정력의 편향이 음수로 나타난다면 실제 비편향 검정력은 그보다 클 것이다. 한편 알파(α)와 베타(β)는 각각 포트폴리오의 가중평균 초과수익률에 대한 시계열 요인구조의 절편과 기울기이다. 1% 수준의 유의성은 ^{***}로, 5% 수준의 유의성은 ^{**}로, 10% 수준의 유의성은 ^{*}로 표시하였다.

	Panel A: 3요인 고유변동성(IVol 3F)으로 구성된 포트폴리오										Panel B: 5요인 고유변동성(IVol 5F)으로 구성된 포트폴리오									
	Small	2	3	4	Large	스프레드 (L-S)	검정력 편향	Small	2	3	4	Large	스프레드 (L-S)	검정력 편향						
동일평균	1.94 (4.41)	1.96 (3.76)	1.86 (3.37)	1.61 (2.63)	0.79 (1.09)	-1.15 (-2.41)	-2.78	1.93 (4.35)	1.97 (3.82)	1.85 (3.27)	1.64 (2.70)	0.77 (1.09)	-1.16 (-2.55)	-2.89						
가중평균	1.08 (2.14)	1.22 (2.36)	0.95 (1.79)	1.03 (1.75)	-0.77 (-1.17)	-1.85 (-3.19)	-0.60	1.21 (2.41)	1.02 (2.02)	0.88 (1.66)	1.00 (1.75)	-0.73 (-1.13)	-1.94 (-3.54)	-0.69						
중위수	0.29	-0.01	-0.52	-1.13	-2.91	-3.20	-1.15	0.29	0.00	-0.51	-1.13	-2.97	-3.26	-1.28						
(t-값)	(0.77)	(-0.01)	(-1.04)	(-2.07)	(-4.99)	(-8.17)		(0.76)	(0.01)	(-1.01)	(-2.10)	(-5.18)	(-8.75)							
α	0.22	0.18	-0.27	-0.07	-1.93***	-2.15***		0.12	0.08	0.06	0.12	-1.44***	-1.56***							
β^{MKT}	0.95***	1.04***	1.03***	1.12***	1.14***	0.19***		0.97***	1.03***	1.02***	1.10***	1.09***	0.11***							
β^{SMB}	-0.27***	0.09***	0.30***	0.35***	0.82***	1.09***		-0.23***	0.12***	0.28***	0.42***	0.67***	0.90***							
β^{HML}	-0.02	0.03	0.18***	-0.01	-0.09*	-0.07		-0.01	0.03	0.12***	-0.06	-0.22***	-0.21***							
β^{RMW}								0.14***	-0.02	-0.23***	-0.12***	-0.27***	-0.41***							
β^{CMA}								0.12***	-0.12	-0.19***	-0.12	-0.05	-0.17							

〈표 3〉 부분 표본을 사용한 수익률 스프레드 분석

이 표는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 고유변동성에 대한 수익률 스프레드 분석 결과를 보여준다. 패널 A는 기업규모 하위 20%를 제외한 부분 표본에 대한 분석 결과이고, 패널 B는 총변동성 상위 20%를 제외한 부분 표본에 대한 분석 결과이다. 고유변동성이 큰 주식은 대체로 기업규모가 작고 총변동성이 크기 때문에, 기업규모와 총변동성에 독립적인 고유변동성의 한계효과를 확인하기 위해 부분 표본을 사용한 수익률 스프레드 분석을 시행하였다. 매월 개별 주식에 전월 고유변동성으로 정렬하여 5개 포트폴리오를 구성한 후, 각 포트폴리오의 수익률을 개별 주식 수익률의 동일평균, 가중평균, 중위수로 계산하였다. 수익률 스프레드($L-S$)는 고유변동성이 가장 큰 포트폴리오($Large$)와 고유변동성이 가장 작은 포트폴리오($Small$)의 수익률 차이를 의미한다. ‘동일평균’, ‘가중평균’, ‘중위수’ 행에 기록된 값은 포트폴리오 대표 수익률의 시계열 평균이고, 이분산성에 의한 검정력의 편향은 식 (11)과 같이 산출되었다. 수익률 스프레드의 검정력($1/\sigma^2$)이 크다는 것은 포트폴리오의 횡단면 수익률에 대한 고유변동성의 한계효과가 통계적으로 유의하다는 것을 의미한다. 그러나 이분산성으로 인한 검정력의 편향($\Delta 1/\sigma^2$)이 양수로 나타난다면 실제 비편향 검정력은 그보다 작을 것이고, 검정력의 편향이 음수로 나타난다면 실제 비편향 검정력은 그보다 클 것이다. 한편 알파(α)와 베타(β)는 각각 포트폴리오의 가중평균 초과수익률에 대한 시계열 요인구조의 절편과 기울기이다. 1% 수준의 유의성은 ^{***}로, 5% 수준의 유의성은 ^{**}로, 10% 수준의 유의성은 ^{*}로 표시하였다.

Panel A: 기업규모(Size) 하위 20%를 제외한 부분 표본						Panel B: 총변동성(TVol) 상위 20%를 제외한 부분 표본								
	Small	2	3	4	Large	스프레드 (L-S)	검정력 편향	Small	2	3	4	Large	스프레드 (L-S)	검정력 편향
동일평균 (<i>t</i> -값)	1.46 (3.41)	1.48 (2.85)	1.35 (2.44)	0.96 (1.54)	-0.37 (-0.52)	-1.83 (-3.81)	-2.32	1.93 (4.43)	1.95 (3.80)	1.81 (3.34)	1.64 (2.77)	1.22 (1.92)	-0.71 (-1.81)	-3.06
가중평균 (<i>t</i> -값)	1.07 (2.13)	1.20 (2.32)	0.92 (1.72)	0.96 (1.63)	-0.95 (-1.42)	-2.02 (-3.46)	-0.57	1.06 (2.12)	1.27 (2.47)	0.92 (1.75)	1.18 (2.02)	-0.31 (-0.52)	-1.37 (-2.58)	-0.49
중위수 (<i>t</i> -값)	0.16 (0.40)	-0.19 (-0.40)	-0.75 (-1.49)	-1.54 (-2.75)	-3.55 (-5.86)	-3.71 (-8.73)	-0.63	0.27 (0.72)	0.01 (0.02)	-0.53 (-1.07)	-1.08 (-2.06)	-1.71 (-3.24)	-1.97 (-6.00)	-1.00
α	0.22 0.95***	0.17 1.04***	-0.30 1.03***	-0.13 1.12***	-2.07 1.14***	-2.29 0.19***		0.20 0.95***	0.18 1.03***	-0.33 1.01***	0.09 1.09***	-1.55 0.96***	-1.75 0.01***	
β_{MKT}	-0.28***	0.09***	0.29***	0.33***	0.79***	1.07***		-0.26***	0.10***	0.30***	0.33***	0.59***	0.84***	
β_{SMB}	-0.02***	0.03***	0.18***	-0.02***	-0.12***	-0.10***		-0.02***	0.09***	0.21***	0.00***	0.15***	0.17***	
β_{HML}														

편향은 -1.15로 산출되었고, 비편향 검정력은 절대값 기준에서 약 9.32(= 8.17+1.15)로 추정된다. 중위수 대푯값의 경우 통계적 검정력의 편향을 고려하지 않더라도 고유변동성의 한계효과가 매우 뚜렷하다.

<표 2>와 <표 3>의 알파(α)와 베타(β)는 각각 포트폴리오의 가중평균 초과수익률에 대한 시계열 요인구조의 절편과 기울기이다. 여기서 베타는 체계적 위험을 의미하고, 알파는 위험조정 수익률(risk-adjusted return)을 의미한다. <표 2>의 패널 A를 보면 스프레드의 위험조정 수익률은 월평균 -2.15%를 기록했고, 이것은 스프레드의 가중평균 대푯값 -1.85%과 크게 다르지 않다. 패널 B를 보면 스프레드의 위험조정 수익률은 월평균 -1.56%를 기록했고, 이것 역시 스프레드의 가중평균 대푯값 -1.94%와 크게 다르지 않다. 다시 말해, 기대수익률에 대한 고유변동성의 한계효과는 뚜렷할 뿐 아니라, 다른 가격결정 요인의 체계적 위험(β)의 영향을 거의 받지 않는다.

수익률 스프레드 분석에 이어, 다음으로 식 (15)~식 (18)의 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석을 개별 주식 표본에서 시행하였다.¹⁷⁾ <표 4>는 횡단면 회귀분석의 OLS 추정치와 WLS 추정치의 분석 결과를, <표 5>는 중위수 추정치와 30% 및 70% 분위수 추정치의 분석 결과를 보여준다.

먼저 등분산을 가정한 <표 4> 패널 A의 OLS 추정 결과를 보자. 3요인과 3요인 고유변동성을 함께 고려한 모형 2에서 고유변동성의 한계효과(γ_{OLS})는 -0.51로 나타났고, 5요인과 5요인 고유변동성을 함께 고려한 모형 4에서 한계효과는 -0.54로 나타났다. 두 경우 모두 고유변동성의 한계효과가 1% 수준에서 통계적으로 유의하다. 한편 모형 2와 모형 4에서 규모요인(SMB)에 5% 수준의 통계적 유의성이 관찰되었다. 이분산을 가정한 패널 B의 WLS 추정 결과는, 모형 2에서 한계효과(γ_{WLS})가 -0.40으로, 모형 4에서 한계효과가 -0.36으로 산출된 것을 보여준다.¹⁸⁾ 그러나 모형 2와 모형 4의 경우 고유변동성의 한계효과는 통계적으로 유의하지 않다.

Breusch and Pagan(1979)은 회귀분석의 각 설명변수가 잔차의 제곱을 얼마나 설명하는지, 즉, 각 설명변수가 종속변수의 이분산성과 얼마나 관련이 있는지 측정하는 이분산성 검정 방법을 제안하였다. 본 연구에서는 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석을 시행하는 매월에, 각 설명변수와 이분산성의 관련성을 Breusch-Pagan 방식으로 측정하였다. 그리고 전체 분석기간 대비 매월 1% 수준에서 이분산성이 유의하게 관측된 비율을 이분산성 판정 확률($Pr\ Hat$)로 정의하여 <표 4>에 기록하였다. 3요인과 5요인에 관한 이분산성 판정 확률은 모두 15%를 넘지 못하지만, 고유변동성에 관한 이분산성 판정 확률은 모두 68%를 넘는다.

17) 포트폴리오 표본이 아닌, 개별 주식 표본에서 체계적 위험과 기대수익률 사이의 횡단면 관계를 분석한 연구로는, Litzenger and Ramaswamy(1980), Miller and Scholes(1982), Fama and French(1992) 등이 있다.

18) WLS 추정 시, 식 (16)의 2단계 회귀모형에서 개별 주식 수익률의 총변동성(TVol) 제곱의 역수를 WLS 가중치로 사용하였으며, 총변동성 극단치의 영향을 제거하기 위해 1%와 99%에서 윈저화(winsorization)하였다.

제 3.2절의 논의와 같이 OLS 추정 방식은 고유변동성이 큰 쪽의 관측치가 상대적으로 넓게 분포되는 수익률 이분산성을 고려하지 않는다. 그러므로 고유변동성 한계효과의 OLS 추정치가 통계적으로 유의하게 관측되더라도, OLS 추정치는 보다 효율적인 중위수 추정치와 함께 비교되어야 한다.

〈표 4〉 횡단면 회귀분석의 OLS 추정치와 WLS 추정치

이 표는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 식 (15)~식 (18)에서 정의된 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석 결과를 보여준다. 패널 A는 등분산 가정의 OLS 추정치의 분석 결과이고, 패널 B는 이분산 가정의 WLS 추정치의 분석 결과이다. 식 (16)의 2단계 회귀모형에서 개별 주식 수익률의 총변동성(*TVol*) 제곱의 역수를 WLS 가중치로 사용하였으며, 총변동성 극단치의 영향을 제거하기 위해 1%와 99%에서 윈저화(winsorization)하였다. 3요인 고유변동성(*IVol 3F*) 또는 5요인 고유변동성(*IVol 5F*)의 회귀계수 추정치는 개별 주식의 횡단면 수익률에 대한 고유변동성의 한계효과를 의미한다. 1% 수준의 유의성은 ***로, 5% 수준의 유의성은 **로, 10% 수준의 유의성은 *로 표시하였다. Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석을 시행하는 매월에, 각 설명변수와 이분산성의 관련성을 Breusch-Pagan 방식으로 측정하였다. 이분산성 판정 확률(*Pr Het*)은 전체 분석기간 대비 매월 1% 수준에서 이분산성이 유의하게 관측된 비율이다.

	Panel A: 횡단면 분석의 OLS 추정치				Panel B: 횡단면 분석의 WLS 추정치			
	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4
<i>IVol 3F</i>	-0.42***	-0.51***			-0.59**	-0.40		
(<i>Pr Het</i>)	(69.57%)	(74.73%)			(71.24%)	(76.90%)		
<i>IVol 5F</i>			-0.45***	-0.54***			-0.63**	-0.36
(<i>Pr Het</i>)			(68.23%)	(73.29%)			(70.23%)	(75.81%)
<i>MKT</i>		-0.51		-0.46		-0.83		-0.51
(<i>Pr Het</i>)		(9.39%)		(7.94%)		(9.03%)		(0.10%)
<i>SMB</i>		0.48**		0.44**		1.06*		0.94
(<i>Pr Het</i>)		(13.00%)		(13.00%)		(14.08%)		(0.17%)
<i>HML</i>		-0.07		-0.08		-0.32		-0.59
(<i>Pr Het</i>)		(4.33%)		(0.05%)		(0.05%)		(0.05%)
<i>RMW</i>				0.12				0.57***
(<i>Pr Het</i>)				(0.06%)				(0.08%)
<i>CMA</i>				0.03				0.07
(<i>Pr Het</i>)				(0.05%)				(0.08%)

그리고 횡단면 회귀분석에서 고유변동성이 포함되어 음수로 관찰되었다면, Stambaugh et al.(2015)이 제기한 고유변동성 한계효과의 비대칭성을 의심해야 한다. 특히 고유변동성이 큰 쪽의 관측치에 상대적으로 낮은 가중치를 적용하는 WLS 추정 방식에서 WLS 추정치는 이 비대칭성으로 인해 실제 한계효과를 정확히 측정하지 못할 것이다. 〈표 4〉 패널 B의 모형 2와 모형 4에서 고유변동성의 한계효과가 통계적으로 유의하지 않게 나타난 것이 바로 이 예측을 실증적으로 뒷받침한다. 그러므로 WLS 추정치 역시 이분산성과 비대칭성의 영향에 로버스트 한 중위수 추정치와 함께 비교되어야 한다.

이어지는 분석에서는 고유변동성 한계효과의 비대칭성을 시각적으로 증명한다. 〈그림 4〉는 64 규모(*S*)-가치(*B*)-고유변동성(*V*) 포트폴리오에 대해, 가격결정 모형으로 예측한 초과

수익률과 모형 없이 평균으로 예측한 초과수익률을 산점도로 비교하여 보여준다. 64개 포트폴리오는 개별 주식을 기업규모($Size$), 장부시장가치비율(B/M), 그리고 고유변동성(No)으로 정렬하여 구성한 것이다.

〈그림 4〉 예측된 초과수익률과 평균 초과수익률의 비교

이 그림은 64개 규모(S)-가치(B)-고유변동성(V) 포트폴리오에 대해 가격결정 모형으로 예측한 초과수익률과 모형 없이 평균으로 예측한 초과수익률을 비교하여 보여준다. 64개 포트폴리오는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 매년 3월 말의 기업규모, 장부시장가치비율, 그리고 고유변동성으로 개별 주식을 정렬하여 구성하였다. 상단 그림의 x 축은 3요인 모형으로 예측한 초과수익률이고, 하단 그림의 x 축은 5요인 모형으로 예측한 초과수익률이다. x 축의 예측된 초과수익률은 이론상 위험 프리미엄이고, y 축의 평균 초과수익률과의 차이는 모형의 가격결정 오류이다. 그리고 고유변동성의 한계효과는 APT 관점에서 가격결정 오류이다. 기업특성의 순위에 따라 포트폴리오의 숫자가 1(low-rank)부터 4(high-rank)까지 변한다. 고유변동성의 가장 큰($V=4$) 16개의 포트폴리오를 이중 테두리로 표시하였다.

〈그림 4〉의 x 축은 가격결정 모형이 예측한 초과수익률이고, y 축은 모형 없이 평균으로 예측한 초과수익률이다. x 축의 예측된 초과수익률은 이론상 위험 프리미엄이며, 이것과 y 축의 평균 초과수익률과의 차이가 바로 가격결정 모형의 가격결정 오류(pricing error)이다. 그리고 고유변동성의 한계효과는 APT 관점에서 결코 관찰되어서는 안 되는 가격결정 오류이다.¹⁹⁾ 산점도의 45도선으로부터 위·아래로 많이 벗어난 점은 가격결정 오류가 큰 것으로 해석한다.

19) 여기서의 암묵적 가정은, 64개 포트폴리오의 비체계적 위험이 분산효과로 충분히 제거되었다는 것이다.

<그림 4>에서 이중 테두리로 표시된 16개 점은 고유변동성이 가장 큰($\nu=4$) 포트폴리오이다. 고유변동성이 가장 큰 포트폴리오에서의 가격결정 오류 크기를 보면, 고유변동성이 가장 작은 포트폴리오의 가격결정 오류 크기보다 평균적으로 큰 것을 알 수 있다. 이는 본 연구의 표본에서 고유변동성의 한계효과가 비대칭적으로 발생했다는 것을 입증하는 결과이다.

다시 <표 2>와 <표 3>의 수익률 스프레드 분석으로 돌아와, 위험조정 수익률인 알파(α)가 고유변동성이 가장 큰 포트폴리오(Large)에서만 그 크기와 통계적 유의성이 뚜렷하다는 점을 지적하고 싶다. 시계열 요인구조의 절편이기도 한 알파는 종종 가격결정 오류로 간주된다. 따라서 <표 2>와 <표 3>의 수익률 스프레드 분석을 통해서도 표본에 내재된 비대칭성을 확인할 수 있다.

마지막으로, <표 5>의 분위수 회귀분석에서 중위수 추정치, 30% 및 70% 분위수 추정치의 분석 결과를 살펴본다.²⁰⁾ OLS 추정치와 WLS 추정치가 비효율적으로 추정되는 것과 달리, 식 (23)~식 (24)의 중위수 추정치($\gamma_{0.5}$)는 비교적 수익률 이분산성과 한계효과 비대칭성 문제에서 자유롭고, 그러므로 효율적으로 추정된다.

먼저 $\tau=0.5$ 인 <표 5> 패널 A의 중위수 추정 결과에서, 기대수익률에 대한 고유변동성 한계 효과는 -0.90에서 -1.01로 산출되었고, 모두 1% 수준의 통계적 유의성을 보였다. 중위수로 측정된 고유변동성 한계효과 크기는 <표 4>의 OLS 추정치(-0.42에서 -0.54)나 WLS 추정치(-0.36에서 -0.63)보다 2배 정도 크다.

제 3.2절에서 강조하였듯이, 중위수 추정치는 OLS·WLS 추정치보다 빠른 속도로 실제 파라미터로 수렴하고 더 신뢰할 만하다. 따라서 중위수 추정치를 실제에 가까운 한계효과로 간주하고 이 값을 OLS 추정치와 WLS 추정치와 비교하는 것은, 기존 연구에서 사용한 측정값에 대한 중요한 시사점을 던진다. 본 연구에서 OLS·WLS 추정치는 중위수 추정치의 절반 정도의 수준으로 산출되었다. 이것은 기존 연구에서 보고된 고유변동성의 한계효과가 실제 비편향 한계효과를 과소평가한 것이라는 판단의 실증적 근거이다. 또한 <표 2>와 <표 3>의 수익률 스프레드 분석에서 검정력 편향 지표($|\Delta|t_{L-S}|$)가 모두 음수로 나타난 것도, 같은 판단을 뒷받침하는 실증적 근거이다.

한편 $\tau=0.3$ 인 <표 5> 패널 B와 $\tau=0.7$ 인 패널 C를 비교하면, 중위수 추정치가 이분산성 로버스트하다는 이론적 예측을 실증적으로 검증할 수 있다. 식 (24)는 τ -분위수 회귀계수(γ_τ)와 평균 회귀계수(γ)의 차이가 $\bar{\kappa} \cdot \Phi^{-1}[\tau]$ 임을 말해주는데, 여기서 이분산성 $\bar{\kappa}$ 는 항상 양의 값을 갖고, 표준정규분포의 역누적분포함수 $\Phi^{-1}[\tau]$ 는 τ 의 증가함수이다. 따라서 τ 가 0.3에서 0.7로 변함에 따라 $\bar{\kappa} \cdot \Phi^{-1}[\tau]$ 가 증가하고 τ -분위수 회귀계수가 증가해야 한다.

20) Barnes and Hughes(2002)는 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석의 중위수 추정법을 연구하였고, Goyal and Santa-Clara(2003)는 수익률 극단치의 영향을 피하기 위해 분위수 회귀분석을 사용하였다.

〈표 5〉 횡단면 회귀분석의 중위수 추정치와 30% 및 70% 분위수 추정치

이 표는 1992년 4월부터 2017년 3월까지 식 (15)~식 (18)에서 정의된 Fama-MacBeth 횡단면 회귀분석 결과를 보여준다. 패널 A는 $\tau=0.5$ 인 중위수 추정치의 분석 결과이고, 패널 B와 패널 C는 각각 $\tau=0.3$ 과 $\tau=0.7$ 인 분위수 추정치의 분석 결과이다. 식 (16)의 2단계 회귀모형에서 분위수 회귀분석을 사용하여 중위수 추정치와 분위수 추정치를 산출하였다. 3요인 고유변동성(*IVol 3F*) 또는 5요인 고유변동성(*IVol 5F*)의 회귀계수 추정치는 개별 주식의 횡단면 수익률에 대한 고유변동성의 한계효과를 의미한다. 중위수 추정치는 수익률 이분산성의 영향에 로버스트한 반면, $\tau=0.3$ 인 분위수 추정치는 이분산성에 의해 과소평가되고 $\tau=0.7$ 인 분위수 추정치는 과대평가된다. 1% 수준의 유의성은 ***로, 5% 수준의 유의성은 **로, 10% 수준의 유의성은 *로 표시하였다.

	Panel A: $\tau = 0.5$ 인 중위수 추정치				Panel B: $\tau = 0.3$ 인 분위수 추정치				Panel C: $\tau = 0.7$ 인 분위수 추정치			
	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4	모형 1	모형 2	모형 3	모형 4
<i>IVol 3F</i>	-0.90***	-0.99***			-1.76***	-1.81***			0.21	0.10		
<i>IVol 5F</i>			-0.96***	-1.01***			-1.84***	-1.87***			0.17	0.06
<i>MKT</i>		-0.18		-0.13		-0.19		-0.30		-0.09		0.00
<i>SMB</i>		0.19		0.05		-0.02		-0.20		0.55**		0.57**
<i>HML</i>		0.08		0.03		0.23**		0.16		-0.11		-0.12
<i>RMW</i>				0.21*				0.35***				-0.04
<i>CMA</i>				-0.01				-0.02				-0.04

패널 B의 30% 분위수 추정 결과 고유변동성의 한계효과는 -1.74에서 -1.87 범위로 나타났고, 패널 C의 70% 분위수 추정 결과 0.06에서 0.21 범위로 나타났다. 패널 B와 패널 C에서 나타난 고유변동성 한계효과의 차이는, 이분산성과 분위수 회귀계수의 이론적 관계를 직접적으로 뒷받침한다. 이것은 동시에, 중위수 추정치가 이분산성에 로버스트하다는 식 (24)의 예측을 뒷받침하는 실증 결과이다.

5. 결론

본 연구는 고유변동성과 수익률 이분산성에 관한 계량적 문제를 바탕으로 한국 주식시장에서의 고유변동성 한계효과를 재검토하였다. 본 연구에서 고유변동성은 Ang et al.(2006)이 제안한 방식에 따라 측정되었으며, 표본은 1992년 4월부터 2017년 3월까지 국내 2,644개 기업의 보통주이다. 본 연구에서는 Fama and French(1993, 2015)의 3요인과 5요인을 바탕으로 고유변동성을 산출하였다.

표본 특성을 반영한 주식 수익률 시뮬레이션 결과에 따르면, 개별 주식 수익률의 변동 대부분은 비체계적 위험 성분에 기인하는 것으로 나타났다. 이는 개별 주식 수익률의 총변동성이 고유변동성과 높은 상관관계에 있으며, 이로 인해 수익률에 이분산성이 내재하고 있음을 암시한다.

더 나아가 본 연구에서는 수익률 이분산성이 기존의 고유변동성 한계효과 분석의 결과를 왜곡할 수 있다는 것을 이론적·실증적으로 모두 보였다. 먼저 이분산성으로 야기된 통계적 검정력의 편향을 측정하는 지표를 제안하며, 이를 사용하여 동일평균 방식이 다른 대표 수익률에 비해 통계적 검정력의 편향이 크다는 것을 확인하였다.

그 다음 OLS 방식과 WLS 방식에 각각 이분산성과 비대칭성 문제가 존재하여, 이것이 추정치의 비효율성을 초래한다는 것을 보였다. 반대로 분위수 회귀분석의 중위수 추정치는 이분산성과 비대칭성 문제에서 비교적 자유로운 이점이 있고, 따라서 중위수 추정치를 통해 고유변동성의 실제 한계효과를 효율적으로 측정할 수 있다는 것을 논하였다. 실증 분석에 따르면 OLS와 WLS의 비효율적 추정치는 효율적인 중위수 추정치의 절반 정도의 수준으로 관찰되었다.

모든 결과를 종합했을 때 기존에 알려진 기대수익률에 대한 고유변동성의 한계효과는 계량적 문제를 조정한 경우에 비해 과소평가된 것으로 추정된다. 본 연구에서는 통계적 검정력의 편향을 측정하여 조정하는 것과 횡단면 회귀분석의 중위수 추정치를 사용하는 것을 제안한다. 그렇게 함으로써 고유변동성 한계효과의 왜곡을 해결할 수 있고, 실험으로 관찰된 비편향 한계효과는 그 크기와 통계적 유의성에서 기존 연구의 결과보다 뚜렷해진다.

본 저자가 알기로, 본 연구는 APT를 올바르게 사용하기 위해 개별 주식 수익률의 요인 구조를 정확히 산정하는 과정을 최초로 정형화하였다. 또한 고유변동성 연구에 통계적 검정력 편향이 발생할 수 있다는 것을 논하고, 이를 측정하는 지표를 최초로 제시하였다. 끝으로, 이분산성으로 인한 계량적 문제가 기업규모와 총변동성 등을 다루는 실증 연구에서도 고려되어야 한다는 점을 밝히며 본 연구의 논고를 마친다.

참 고 문 헌

- 김태혁, 변영태, “한국 주식시장에서 3요인 모형을 이용한 주식수익률의 고유변동성과 기대수익률 간의 관계”, 한국증권학회지, 제40권 3호(2011), pp. 525-550.
- 엄철준, 이우백, 박래수, 장 욱, 박종원, “한국주식시장의 고유변동성 퍼즐에 대한 연구”, 한국증권학회지, 제43권 4호(2014), pp. 753-784.
- 윤상용, 구본일, 엄영호, “기업변동성과 주식수익률의 횡단면에 관한 연구”, 재무연구, 제24권 제1호(2011), pp. 91-131.
- 이상빈, 서정훈, “주식시장의 초과수익률과 고유변동성의 동적 관계 및 정보효율성에 관한 연구”, 증권학회지, 제36권 3호(2007), pp. 387-423.
- Ang, A., R. J. Hodrick, Y. Xing, and X. Zhang, 2006, The Cross-Section of Volatility and Expected Returns, *Journal of Finance* 61 (1), pp. 259-299.
- Ang, A., R. J. Hodrick, Y. Xing, and X. Zhang, 2009, High Idiosyncratic Volatility and Low Returns: International and Further US Evidence, *Journal of Financial Economics* 91 (1), pp. 1-23.
- Bali, T. G. and N. Cakici, 2008, Idiosyncratic Volatility and the Cross Section of Expected Returns, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 43 (1), pp. 29-58.
- Bali, T. G., N. Cakici, X. Yan, and Z. Zhang, 2005, Does Idiosyncratic Risk Really Matter?, *Journal of Finance* 60 (2), pp. 905-929.
- Barnes, M. L. and A. W. Hughes, 2002, A Quantile Regression Analysis of the Cross Section of Stock Market Returns, *Working Paper*.
- Breeden, D. T., 1979, An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities, *Journal of Financial Economics* 7 (3), pp. 265-296.
- Brennan, M. J., T. Chordia, and A. Subrahmanyam, 1998, Alternative Factor Specifications, Security Characteristics, and the Cross-Section of Expected Stock Returns, *Journal of Financial Economics* 49 (3), pp. 345-373.
- Breusch, T. S. and A. R. Pagan, 1979, A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation, *Econometrica* 47 (5), pp. 1287-1294.
- Fama, E. F. and K. R. French, 1992, The Cross-Section of Expected Stock Returns, *Journal of Finance* 47 (2), pp. 427-465.
- Fama, E. F. and K. R. French, 1993, Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds, *Journal of Financial Economics* 33 (1), pp. 3-56.
- Fama, E. F. and K. R. French, 2015, A Five-Factor Asset Pricing Model, *Journal of Financial Economics* 116 (1), pp. 1-22.

- Fama, E. F. and J. D. MacBeth, 1973, Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests, *Journal of Political Economy* 81 (3), pp. 607-636.
- Ferson, W. E., S. Sarkissian, and T. Simin, 1999, The Alpha Factor Asset Pricing Model: A Parable, *Journal of Financial Markets* 2 (1), pp. 49-68.
- Fu, F., 2009, Idiosyncratic Risk and the Cross-Section of Expected Stock Returns, *Journal of Financial Economics* 91 (1), pp. 24-37.
- Gibbons, M. R., 1982, Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach, *Journal of Financial Economics* 10 (1), pp. 3-27.
- Gibbons, M. R., S. A. Ross, and J. Shanken, 1989, A Test of the Efficiency of a Given Portfolio, *Econometrica* 57 (5), pp. 1121-1152.
- Goyal, A. and P. Santa-Clara, 2003, Idiosyncratic Risk Matters!, *Journal of Finance* 58 (3), pp. 975-1007.
- Harvey, C. R., Y. Liu, and H. Zhu, 2016, ... and the Cross-Section of Expected Returns, *The Review of Financial Studies* 29 (1), pp. 5-68.
- Jagannathan, R. and Z. Wang, 1998, An Asymptotic Theory for Estimating Beta-Pricing Models Using Cross-Sectional Regression, *Journal of Finance* 53 (4), pp. 1285-1309.
- Jensen, M. C., 1968, The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964, *Journal of Finance* 23 (2), pp. 389-416.
- Jensen, M. C., 1969, Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Portfolios, *Journal of Business* 42 (2), pp. 167-247.
- Kang, J. K., E. M. Lee, and M. H. Sim, 2014, Retail Investors and the Idiosyncratic Volatility Puzzle: Evidence from the Korean Stock Market, *Asia-Pacific Journal of Financial Studies* 43 (2), pp. 183-222.
- Lintner, J., 1965, The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, *The Review of Economics and Statistics* 47 (1), pp. 13-37.
- Litzenberger, R. H. and K. Ramaswamy, 1980, Dividends, Short Selling Restrictions, Tax-Induced Investor Clienteles and Market Equilibrium, *Journal of Finance* 35 (2), pp. 469-482.
- Lo, A. W. and A. C. MacKinlay, 1990, Data-Snooping Biases in Tests of Financial Asset Pricing Models, *Review of Financial Studies* 3 (1), pp. 431-467.
- Longstaff, F. A., 1989, Temporal Aggregation and the Continuous-Time Capital Asset Pricing Model, *Journal of Finance* 44 (4), pp. 871-887.
- MacKinlay, A. C. and M. P. Richardson, 1991, Using Generalized Method of Moments to Test Mean-Variance Efficiency, *Journal of Finance* 46 (2), pp. 511-527.

- Merton, R. C., 1973, An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, *Econometrica* 41 (5), pp. 867-887.
- Merton, R. C., 1987, On the Current State of the Stock Market Rationality Hypothesis, *Working Paper*.
- Miller, M. H. and M. S. Scholes, 1982, Dividends and Taxes: Some Empirical Evidence, *Journal of Political Economy* 90 (6), pp. 1118-1141.
- Ross, S. A., 1976, The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory* 13, pp. 341-360.
- Shanken, J., 1992, On the Estimation of Beta-Pricing Models, *Review of Financial Studies* 5 (1), pp. 1-33.
- Sharpe, W. F., 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19 (3), pp. 425-442.
- Stambaugh, R. F., J. Yu, and Y. Yuan, 2015, Arbitrage Asymmetry and the Idiosyncratic Volatility Puzzle, *Journal of Finance* 70 (5), pp. 1903-1948.

〈부록〉

수익률 스프레드 통계적 검정력의 편향: 식 (11)의 도출

가상의 두 수익률을 상정하여 총변동성이 큰 쪽을 ‘ L ’, 총변동성이 작은 쪽을 ‘ S ’, 수익률 스프레드를 ‘ $L-S$ ’로 두고, 총변동성이 작은 쪽의 평균(μ_S)과 표준편차(σ_S), 두 수익률의 t -값(t_S, t_L) 및 상관계수(ρ)를 주어진 것으로 가정하자.

그러면 수익률 스프레드의 평균(μ_{L-S}), 표준편차(σ_{L-S}), 그리고 t -값(t_{L-S})은 다음과 같다.

$$\mu_{L-S} = \frac{\kappa \cdot \sigma_S \cdot t_L}{\sqrt{T}} - \mu_S \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_{L-S} = \sqrt{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1} \cdot \sigma_S \quad (\text{A.2})$$

$$t_{L-S} = \frac{\sqrt{T} \cdot \mu_{L-S}}{\sigma_{L-S}} \quad (\text{A.3})$$

이들 각각을 이분산성($\kappa \equiv \sigma_L / \sigma_S > 1$)으로 편미분한 결과는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mu_{L-S}}{\partial \kappa} = \frac{\sigma_S \cdot t_L}{\sqrt{T}} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \sigma_{L-S}}{\partial \kappa} = \frac{(\kappa - \rho) \cdot \sigma_S}{\sqrt{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1}} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_{L-S}}{\partial \kappa} &= \frac{\sigma'_{L-S}}{\sigma_{L-S}} \left(\sqrt{T} \cdot \frac{\mu'_{L-S}}{\sigma'_{L-S}} - t_{L-S} \right) \\ &= \frac{\kappa - \rho}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1} \left(\sqrt{\frac{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + \rho^2}} \cdot t_L - t_{L-S} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

이제 $\theta \equiv \sqrt{\frac{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + \rho^2}}$ 와 $\delta \equiv \frac{(\kappa - \rho) \cdot (\kappa - 1)}{\kappa^2 - 2\rho \cdot \kappa + 1}$ 를 새로운 파라미터로 정의하여 검정력의 편향($\Delta |t_{L-S}|$)을 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta |t_{L-S}| &\approx \frac{\partial |t_{L-S}|}{\partial \kappa} \cdot (\kappa - 1) \\ &= \begin{cases} \delta \cdot (\theta \cdot t_L - t_{L-S}) & \text{if } \mu_L > \mu_S \\ \delta \cdot (t_{L-S} - \theta \cdot t_L) & \text{if } \mu_L < \mu_S \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

On the Idiosyncratic Volatility and Heteroscedasticity in Stock Return Data

Woongki Lee*

Ph.D. Candidate, Korea University

Abstract

I analyze the idiosyncratic volatility (IVol) effects on expected returns over the period from April 1992 to March 2017 in the Korean stock market. The IVols are measured as in Ang, Hodrick, Xing, and Zhang (2006). Simulation results show the majority of individual return volatilities comes from non-systematic risks, implying the total volatilities and IVols are highly correlated and there must exist heteroscedasticity in stock returns. I propose a measure of bias in statistical power due to the heteroscedasticity. By using this measure, I find that equally weighted portfolios distort IVol effects most severely as compared to the portfolios from value-weight or median scheme. The unbiased IVol effects are more significant than the results from the previous research.

Keywords: Idiosyncratic Volatility; Heteroscedasticity; Asymmetry; Bias in Statistical Power; Quantile Regression

JEL Classification: C18, G12

* Corresponding Author. Address: Department of Finance, Korea University Business School, Korea University, 145 Anam-Ro, Seoungbuk-Gu, Seoul, Korea, 02841; E-mail: w_lee@korea.ac.kr.